

**Relatività e Meccanica Quantistica: concetti e idee**  
**Relativity and Quantum Mechanics: concepts and ideas**



**Settimana 4**

**La Meccanica Quantistica**

**Gli inizi – Planck, Einstein, Bohr – De Broglie: le particelle sono anche onde**

**Carlo Cosmelli**



**SAPIENZA**  
UNIVERSITÀ DI ROMA

**coursera**

## Anno 1900: fatti che non tornano, che non si spiegano

- ❖ Il colore degli oggetti «caldi» in funzione della temperatura.
- ❖ La quantità di radiazione elettromagnetica, di energia radiante, che esce da un corpo nero ( $\sim$  un forno caldo ): il calcolo fornisce un valore infinito.
- ❖ L'elettrone gira intorno al nucleo senza caderci dentro, perché?
- ❖ Le proprietà **assolutamente costanti** degli elementi.
  - ❖ Gli spettri di emissione/assorbimento: 
- ❖ Le differenze di comportamento fra i vari elementi: perché, in un atomo, 1 solo elettrone in meno fa molta più differenza che molti elettroni in meno? Esempio:  $\text{Xe}^{54} \neq \text{I}^{53}$  ; ma  $\text{Xe}^{54} \cong \text{Kr}^{36}$ .
- ❖ L'effetto fotoelettrico.



## MQ & Relatività

La Meccanica Quantistica e la Relatività sono due teorie, entrambe rivoluzionarie e che hanno cambiato la nostra visione del mondo. Tuttavia c'è una differenza fondamentale fra le due.

La Relatività modifica la nostra visione dello Spazio-Tempo, può sembrarci strano che i tempi e gli spazi siano relativi...ma quello che succede non è assurdo: abbiamo oggetti più corti...tempi dilatati, ma non sono misure «impossibili».

La MQ, invece, introduce delle spiegazioni talvolta «incomprensibili», la sua logica non è quella a cui siamo abituati, spesso potremo solo accettare le sue previsioni, senza doverle necessariamente capire fino in fondo.

Questa è la ragione per cui molti fisici non l'hanno accettata, o la rifiutano in toto, o cercano teorie alternative. [Leggi commenti.](#)



# La Meccanica Quantistica

Nasce nel 1900 con un articolo di Max Planck.

E' una teoria amata, e spesso odiata anche da chi l'aveva creata, uno dei rari casi in cui, anche chi l'aveva creata, in seguito non ne accetterà le conseguenze (senza che fossero insorte incongruenze od errori).

...alcuni commenti dei padri della MQ.

La Meccanica Quantistica è spesso illogica, in parte oscura...

...ma funziona incredibilmente bene per spiegare quello che si osserva in natura e per prevedere effetti mai osservati prima.

**Il momento magnetico dell'elettrone:** (misurato in certe unità)

L'Esperimento:  $m_e = 1,00115965221 \ (\pm 4)$

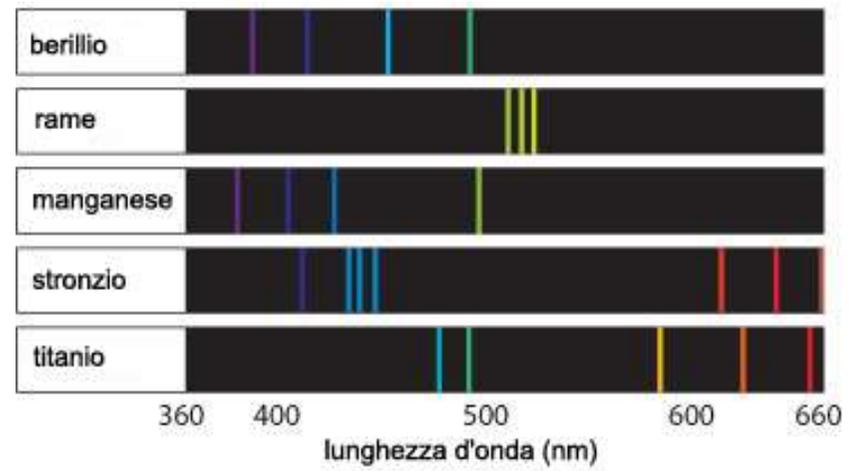
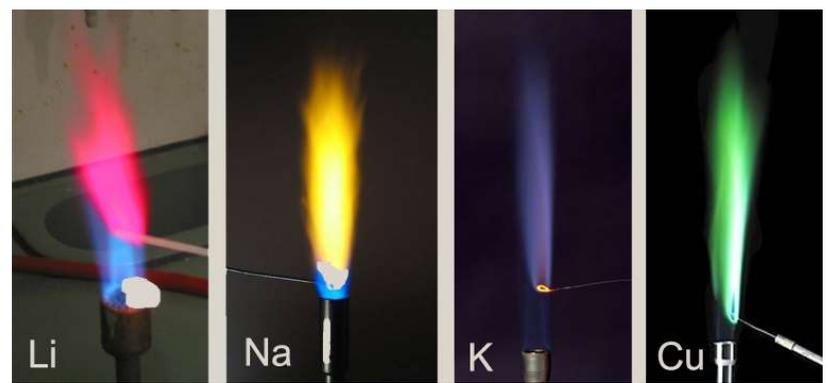
La Teoria:  $m_e = 1,00115965246 \ (\pm 20)$

E' come se calcolassimo, e poi misurassimo la distanza Roma-Milano (circa 600 km) con una precisione di 0,1 mm, cioè di 1/10 mm.



# Gli spettri di emissione/assorbimento

Le sostanze, riscaldate, emettono luce di determinate frequenze (colori), sempre ed esattamente le stesse.



Se poi faccio passare luce di tutte le frequenze (colori) attraverso di loro, ogni sostanza assorbe luce esattamente alle stesse frequenze che emette.



## Gli inizi – Tutto “sembra” quasi normale

- Max Planck (1900): risolve il problema dell'emissione «infinita» di energia del corpo nero.
- Einstein (1905): risolve il problema dell'effetto fotoelettrico.
- Bohr (1912): **spiega (?)** la stabilità degli atomi, le righe spettrali...
- De Broglie (1924): Le particelle materiali sono **anche (?)** onde.



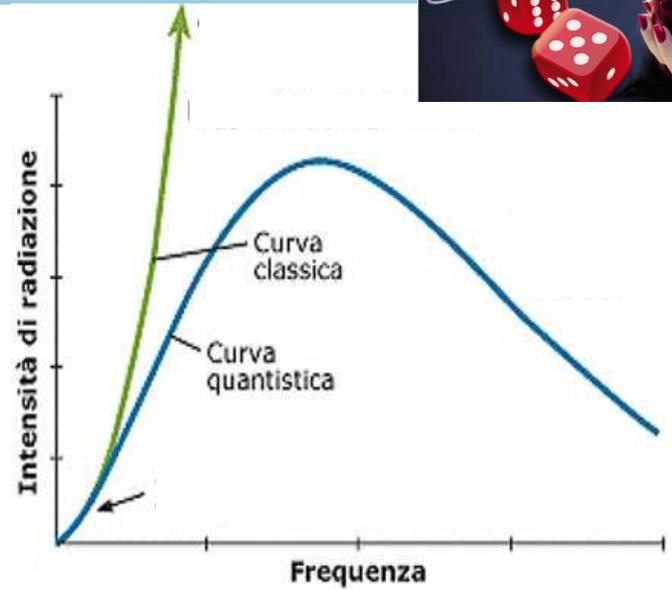
# La nascita della MQ: Max Planck (19 ottobre 1900)



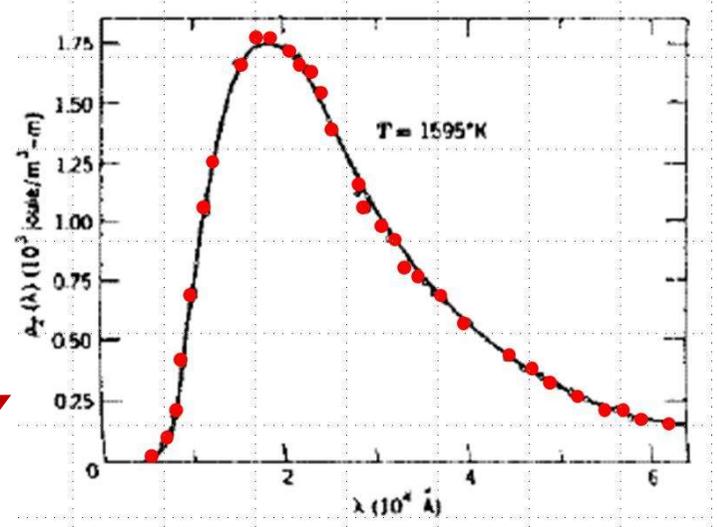
Max Planck (1900): risolve il problema dell'emissione «infinita» di energia del corpo nero:

- L'energia fra radiazione (luce) e materia viene **scambiata** per multipli interi di una grandezza costante: il QUANTO di energia. Il quanto di energia vale  $E = hf$ ;  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ , e  $f$  è la frequenza dell'onda elettromagnetica.
- Da dove viene questa assunzione? Solo dal tentativo di avere una formula matematica che fornisse delle previsioni accettabili. **Il valore di  $h$  è scelto ad hoc.**

Planck non spiega perché funziona...ma funziona!  
Le previsioni teoriche descrivono perfettamente i dati sperimentali.



**I dati sperimentali e la curva di Planck**

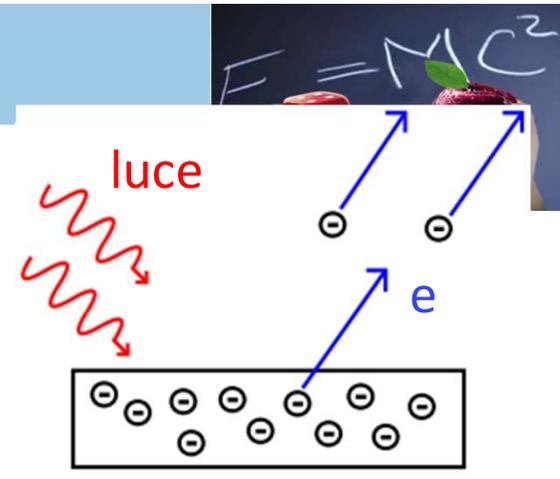


# Gli inizi – A. Einstein (17 marzo 1905)

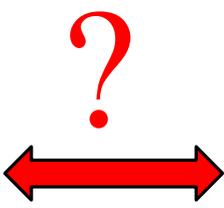
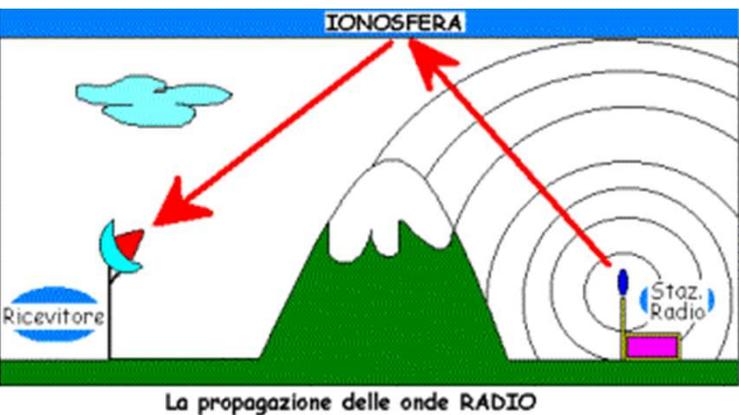
A. Einstein risolve il problema dell'effetto fotoelettrico:

- Se mando luce su di un matallo posso «strappare» elettroni al metallo, ma solo se la luce ha una frequenza minima. Altrimenti non serve aumentare l'intensità della luce...non succede nulla.
- Cosa dice Einstein nel suo articolo:

L'energia della luce è **distribuita** nello spazio con discontinuità: la luce è trasportata da fotoni di energia  **$E = hf$**  ...



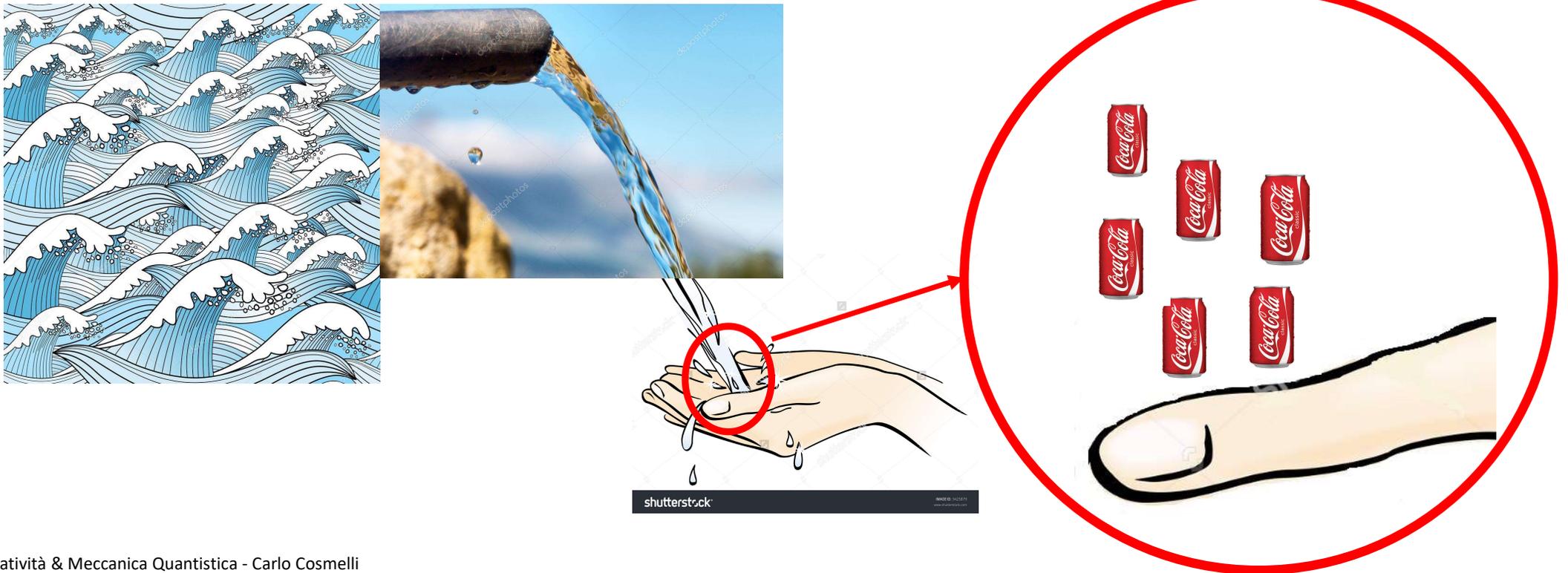
**PROBLEMA: Ma la luce non era un'onda?**



# Le ipotesi di Planck e di Einstein sulla luce

Planck (1900): l'energia trasportata dalla luce è scambiata per multipli di una quantità intera, il quanto di energia =  $hf$  ; [h è la costante di Planck, f è la frequenza dell'onda]

La luce è un'onda (continua), ma quando «arriva» la sua energia viene scambiata per pacchetti discreti

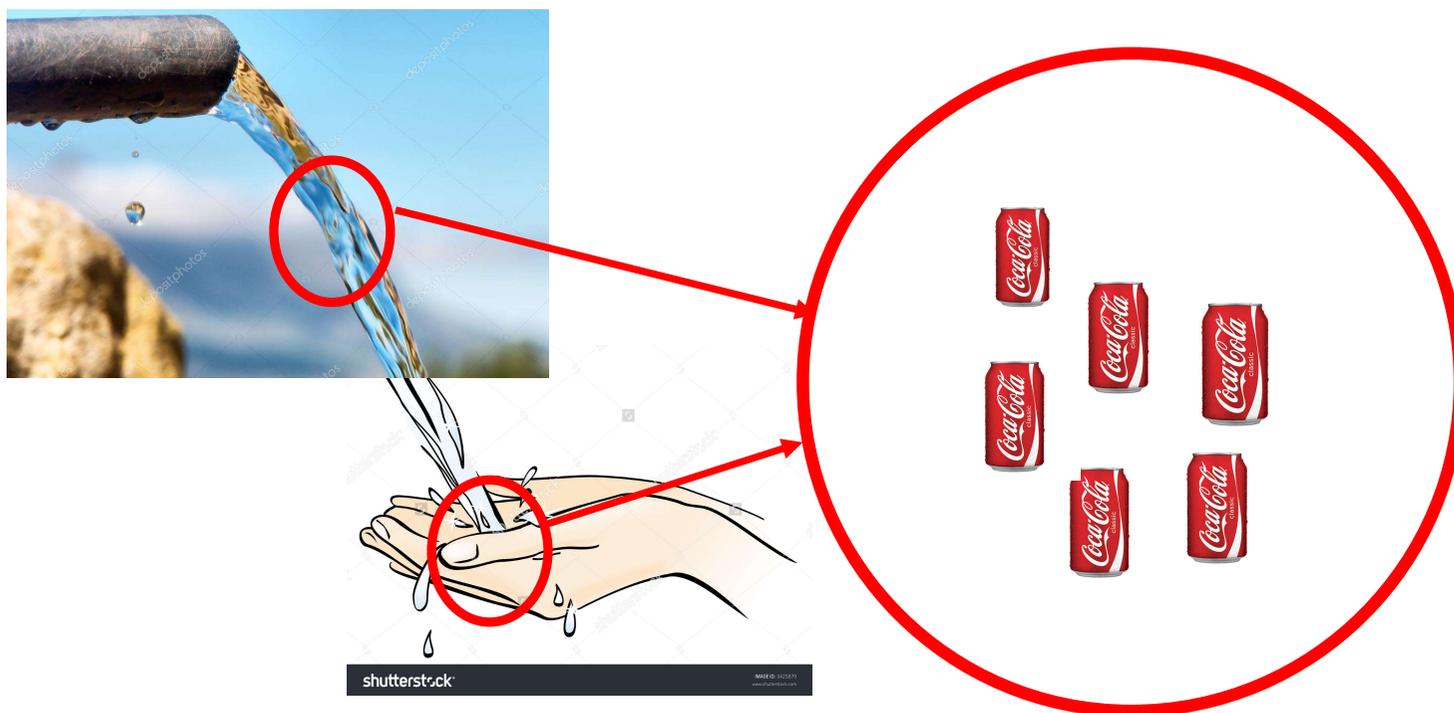


# Le ipotesi di Planck e di Einstein sulla luce



Einstein (1905): **la luce** è composta di multipli di una quantità intera, il quanto di energia =  $hf$

La luce viaggia sempre per pacchetti discreti, la quantità elementare è il fotone.

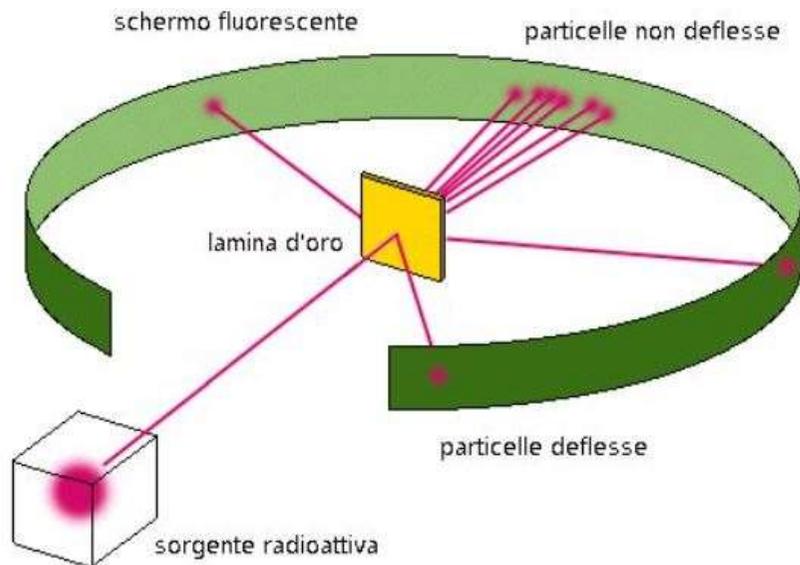




## Gli inizi 1– E. Rutherford (1911)

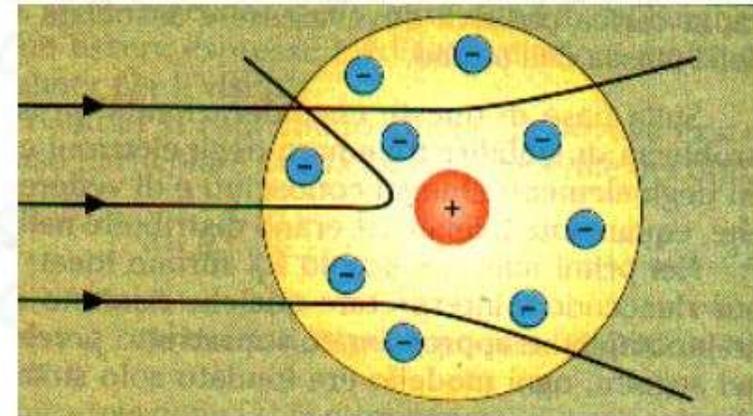
### L'Esperimento di Rutherford:

Invia particelle  $\alpha$  (carica +) contro un atomo (neutro) e misura come vengono deflesse



### L'interpretazione:

Nell'atomo c'è un nucleo positivo molto denso (79 protoni per l'oro!) con gli elettroni intorno (su orbite?)



- › Traiettorie delle particelle  $\alpha$  incidenti su un atomo secondo il modello di Rutherford. Le deflessioni sono tanto più grandi quanto più le particelle passano vicino al nucleo.

## I fotoni singoli, perché non li vedo?



Se la radiazione, cioè la luce, è quantizzata, perché non vedo tanti lampi luminosi in sequenza quando guardo una luce?

- **1 fotone ha un'energia**  $E = hf$ , dove:  $f$  è la frequenza dell'onda e  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- Prendiamo una lampadina molto debole, da **1 Watt** (la lampadina emette luce **verde**)
- Mettiamoci, per esempio, ad 1 metro e calcoliamo quanti fotoni attraversano la nostra pupilla (diametro 2,5 mm) **ogni secondo**.
- La luce **verde** ha frequenza  $f \cong 5,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .  $E(1\text{fotone}) = hf = 3,9 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- Energia (nella pupilla)  $= 1 \text{ J} \frac{\pi \cdot (1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}{4\pi \cdot 1 \text{ m}^2} = 3,9 \cdot 10^{-7} \text{ J} = N(\text{fotoni}) \cdot E(1)$  **(ogni secondo!)**
- $N = \frac{3,9 \cdot 10^{-7}}{3,9 \cdot 10^{-19}} = 1 \cdot 10^{12}$  **fotoni = 1000 miliardi di fotoni!!!! Non me ne accorgo.**

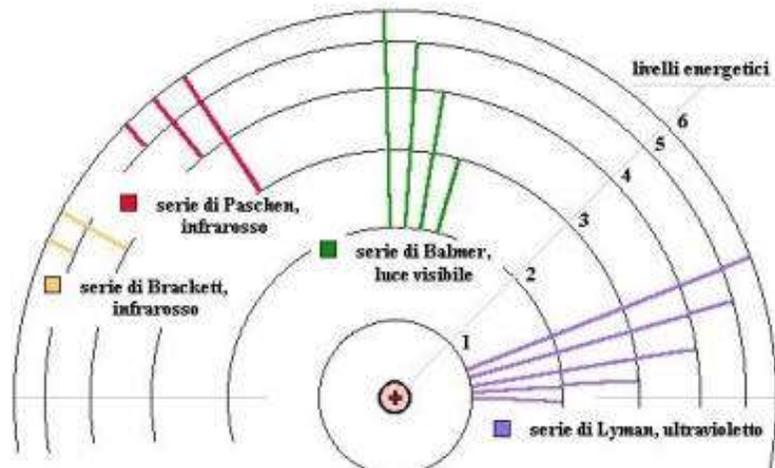
## Gli inizi – N. Bohr (1912)



- Bohr (1912): «spiega» la stabilità degli atomi, le righe spettrali... Bohr **dice**:

**Gli elettroni, in un atomo, possono muoversi solo su alcune orbite ben definite e immutabili.**

- Gli elettroni possono solo saltare da un'orbita all'altra...oppure saltare via.
- Ogni orbita può accogliere un numero massimo di elettroni.
- In ogni orbita l'elettrone ha una certa energia, quando salta ad un'altra orbita la cede o la assorbe, e ha l'emissione o l'assorbimento di un fotone (uno solo) con un'energia  $E=hf$



### Lo spettro dell'Idrogeno

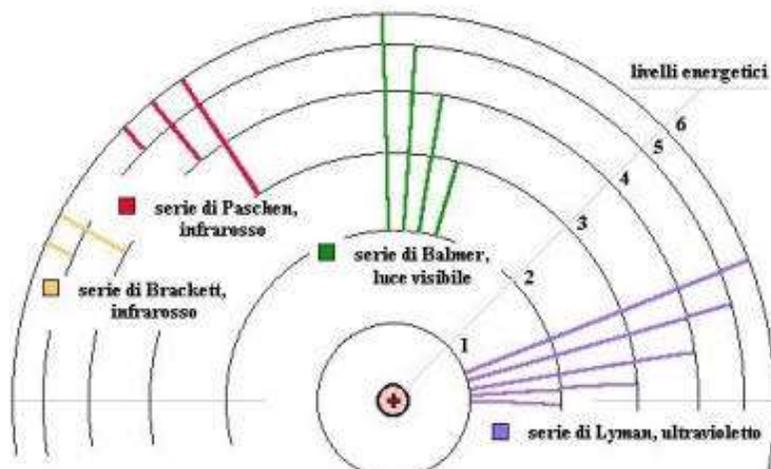


# L'atomo di Bohr



Le lunghezze d'onda delle righe erano descritte dalla formula empirica, trovata nel 1888 da J. Rydberg  $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ , dove  $n = 3, 4, 5$

- **Bohr**: le righe corrispondono ai salti degli elettroni fra le varie orbite



- Il modello di Bohr descrive correttamente i valori delle lunghezze d'onda relative alle righe emesse dagli atomi.
- "Spiega" perché gli atomi sono stabili.
- "Spiega" perché sono tutti identici.

**Perché gli elettroni possono stare solo su certe orbite?  
Non si sa... ma così funziona**



Nella sua tesi di Dottorato de Broglie propone un'ipotesi teorica rivoluzionaria:

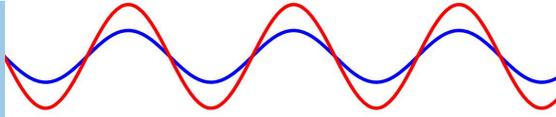
- Ad ogni particella di massa **m** e velocità **v** è «**associata**» un'onda di lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{dove } h \text{ è la costante di Planck.}$$

Cosa vuol dire che ad una particella è associata un'onda?

A questo punto dobbiamo vedere bene cosa è un'onda, quali sono le grandezze che la caratterizzano, e le sue proprietà.

## Le onde 1



### Onda:

Un'onda è una perturbazione che nasce da una sorgente e si propaga **nel tempo e nello spazio**, trasportando energia (o quantità di moto) senza comportare un associato spostamento della materia.

Formalmente è la soluzione dell'equazione delle onde (di d'Alembert)

### Esempi di onde:

- Le onde del mare
- Le onde sonore nell'aria, nell'acqua...
- Le onde su di una corda
- Le onde elettromagnetiche (la luce)
- Le onde gravitazionali



Ma l'energia che si propaga...che tipo di energia è?  
E come è fatta un'onda?

$$A(x,t) = A_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x + \phi\right)$$



**Come si scrive un'onda che viaggia:**  $A(x,t) = A_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x + \phi\right)$

**A** è la grandezza fisica associata alla perturbazione.

**A(x,t)** rappresenta l'ampiezza dell'onda (es. lo spostamento in altezza di un punto della superficie del mare, la pressione dell'aria per la trasmissione dei suoni, l'ampiezza del campo elettrico o magnetico...) che varia nel tempo (t) e nello spazio (x).

**A<sub>0</sub>**: E' l'ampiezza massima dell'onda. [la funzione "sin" va da -1 a +1]

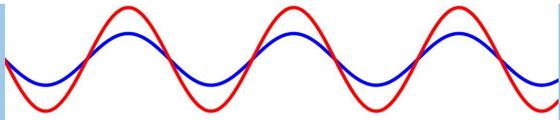
**T: Periodo dell'onda**, quanto tempo ci mette a tornare nello stesso stato.

**ω**: Pulsazione dell'onda, è legata al periodo **T** dalla relazione:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

**λ**: **Lunghezza d'onda**, è la periodicità dell'onda in funzione della posizione.

**φ**: **Fase dell'onda**, è una grandezza legata all'ampiezza dell'onda all'istante iniziale.

# Le onde 3

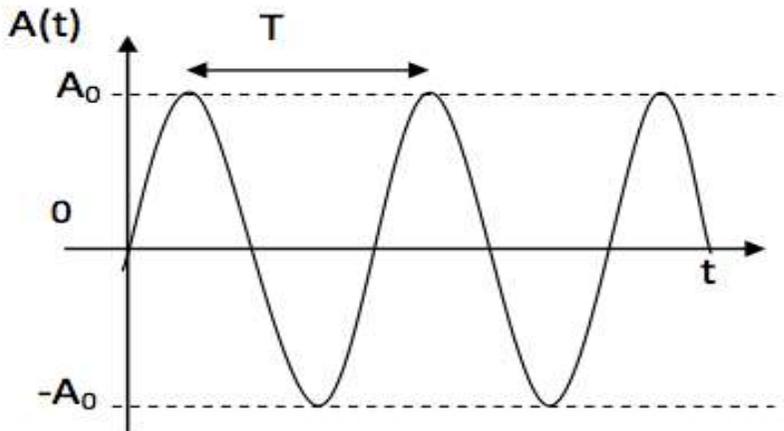


Un'onda si può studiare in funzione della posizione **x** o in funzione del tempo **t**  
(poniamo, per ora,  $\varphi=0$ )

$$A(x,t) = A_0 \sin(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi)$$

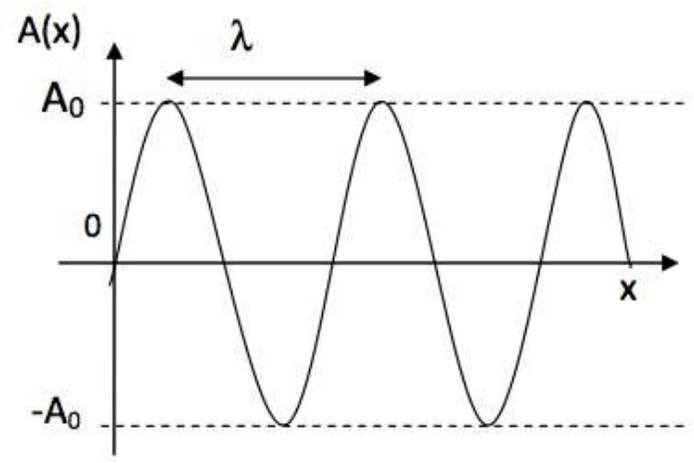
Un osservatore fisso nella posizione  $x=0$  misura l'onda **in funzione del tempo**:

$$A(0,t) = A_0 \sin(\omega t) = A_0 \sin(\frac{2\pi}{T} t)$$

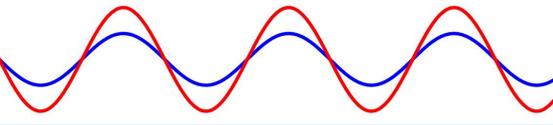


Un osservatore ad un certo istante di tempo  $t=0$  "fotografa" la forma dell'onda **in funzione dello spazio**:

$$A(x,t) = A_0 \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x)$$



# Le onde 3bis



Cosa è  $\varphi$ , la fase d'onda. Se scriviamo la forma d'onda al tempo  $t=0$ , e nel punto  $x=0$  abbiamo:

$A(0,0) = A_0 \sin \varphi$ , il valore della fase è quindi un'indicazione legata all'ampiezza dell'onda all'istante iniziale e nel punto iniziale;  $x=0$  e  $t=0$  che sono l'origine scelta per i tempi e per gli spazi.

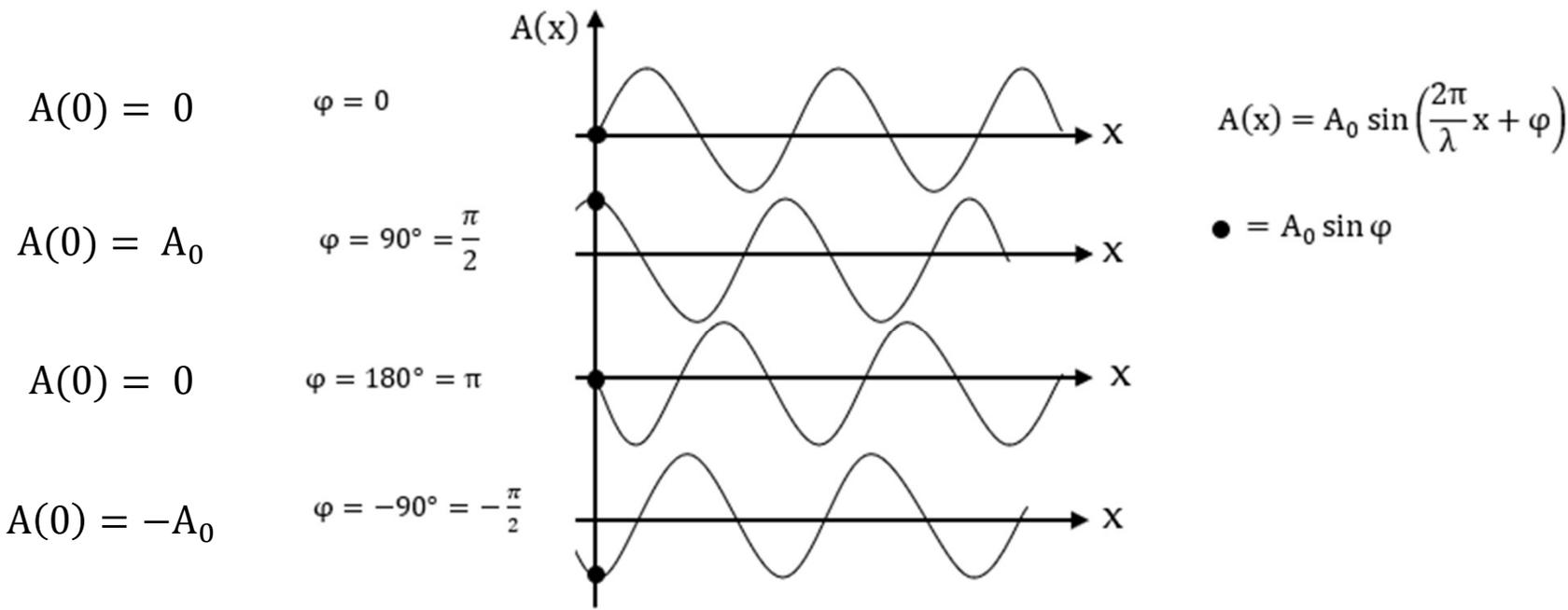


Fig. 4.8 Andamento di varie onde, identiche per ampiezza e lunghezza d'onda, ma con fase diversa.

## Le onde 4: effetti strani con le onde

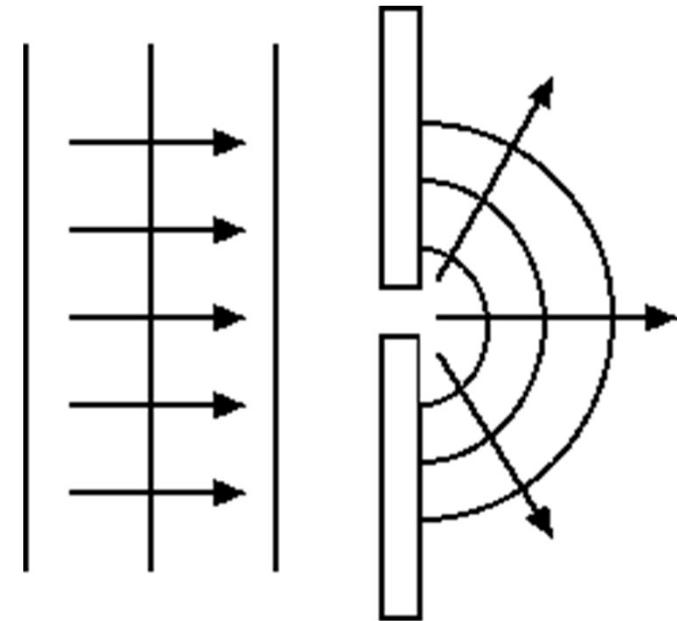


### Diffrazione:

Un'onda che incontra un ostacolo, genera una serie di onde che possono essere descritte come se l'ostacolo fosse una sorgente di onde sferiche

Se un'onda incide su di uno schermo con un "piccolo foro", al di là dello schermo la luce sarà "come se" fosse stata generata da una sorgente puntiforme posta nel foro.

Per "piccolo" si intende paragonabile alla lunghezza d'onda  $\lambda$  dell'onda.



**DIFFRAZIONE**



# Le onde 4 – L'interferenza di due onde

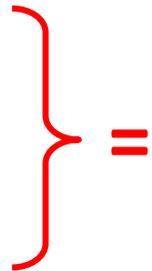
L'interferenza si ha quando sommo di due (o più) onde che hanno la stessa frequenza.

Caso particolare in cui le due onde hanno anche la stessa ampiezza  $A_0$ :

$$A_1(x_1,t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \frac{2\pi}{\lambda} x_1 + \phi_1)$$

+

$$A_2(x_2,t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \frac{2\pi}{\lambda} x_2 + \phi_2)$$



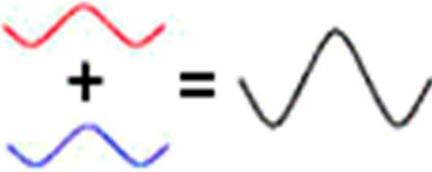
$$A_{TOT}|_{MAX} = A_1 + A_2 = 2A_0 \cos[(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta x + \Delta\phi)/2]$$

dove:  $\Delta x = x_1 - x_2$  e  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$

$$\text{se } \Delta x = 0 \Rightarrow A_{TOT}^{TOT}|_{MAX} = 2A_0 \cos \frac{\Delta\phi}{2}$$

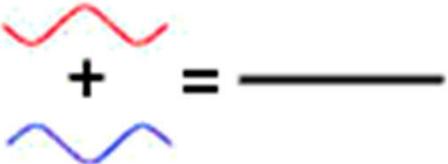
Se  $\Delta\phi=0$ , ( $\cos 0=1$ ),  $A_{TOT} = 2 A_0$

Se  $\Delta\phi=\pi$ , ( $\cos \pi/2=0$ ),  $A_{TOT} = 0$



interferenza costruttiva

Simulazione tre frequenze fase new



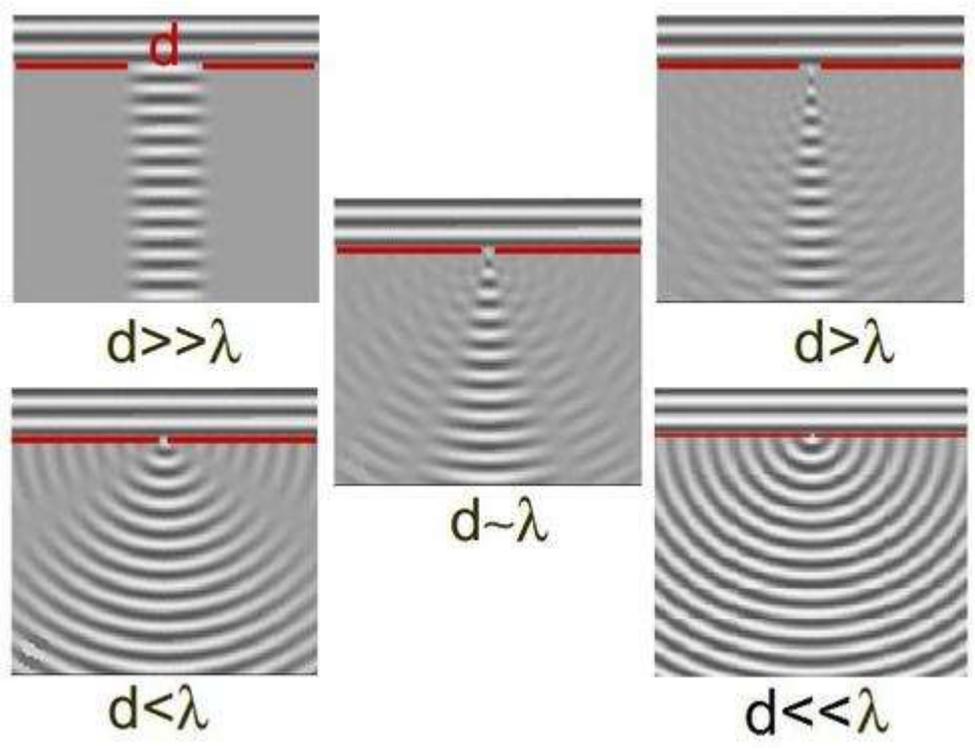
interferenza distruttiva

# Le onde 1

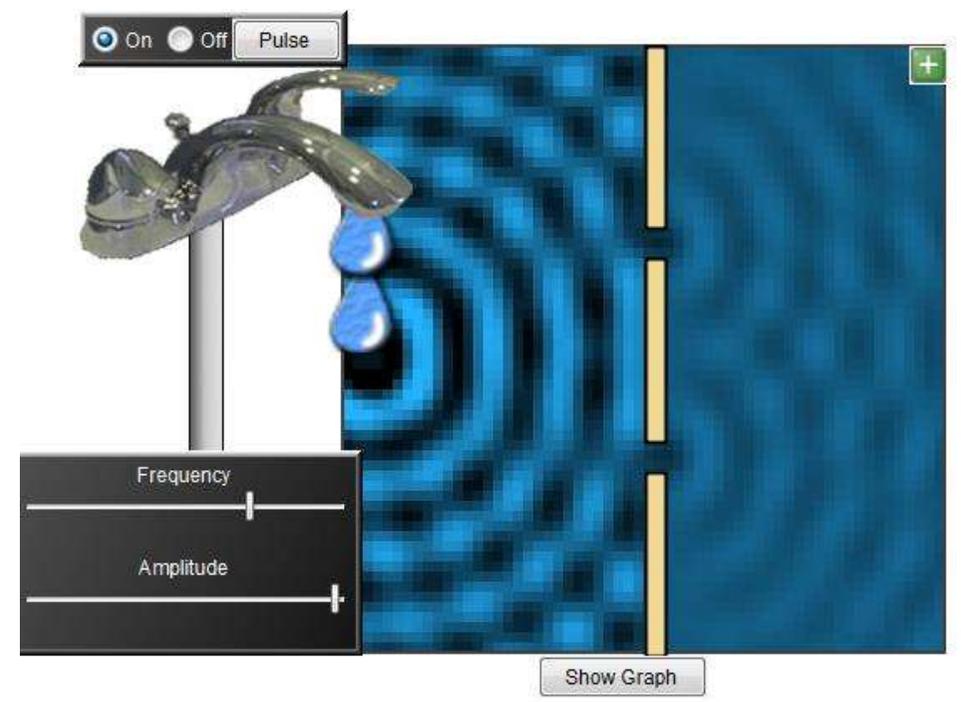


Gli «effetti» legati alle onde sono apprezzabili quando gli «ostacoli» sono grandi circa come la lunghezza d'onda o minori. [Simulazioni PHET]

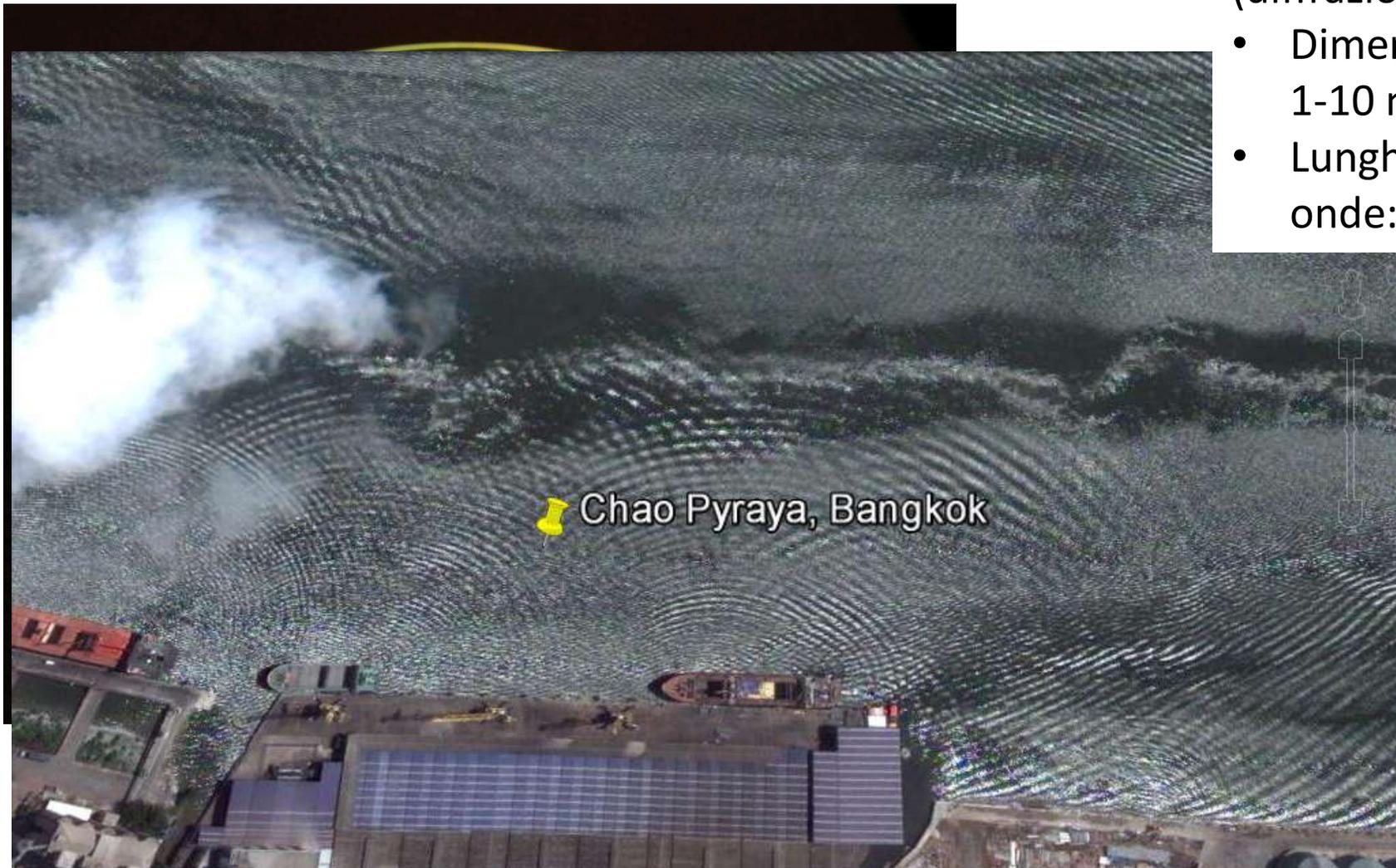
## Diffrazione



## Diffrazione+ Interferenza



## Le onde 2



Onde nell'acqua di un fiume  
(diffrazione e interferenza)

- Dimensioni «ostacoli» circa 1-10 metri.
- Lunghezza d'onda delle onde: circa 1 metro.

visibile: 0,4-0,7  $\mu\text{m}$   
n CD: circa 1  $\mu\text{m}$

## Le onde 2

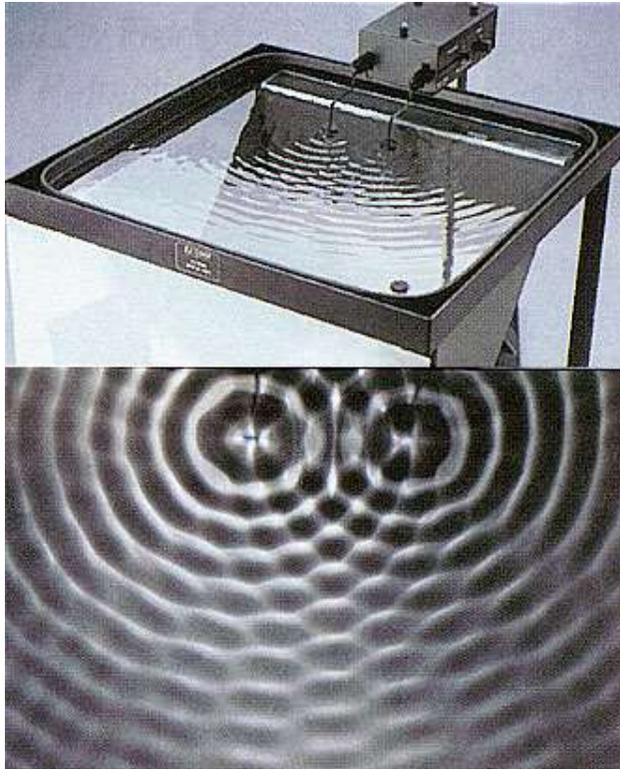
Onde nell'acqua di un fiume  
(diffrazione e interferenza)

- Dimensioni «ostacoli» circa 1-10 metri.
- Lunghezza d'onda delle onde: circa 1 metro.

visibile: 0,4-0,7  $\mu\text{m}$   
n CD: circa 1  $\mu\text{m}$



## Le onde 2

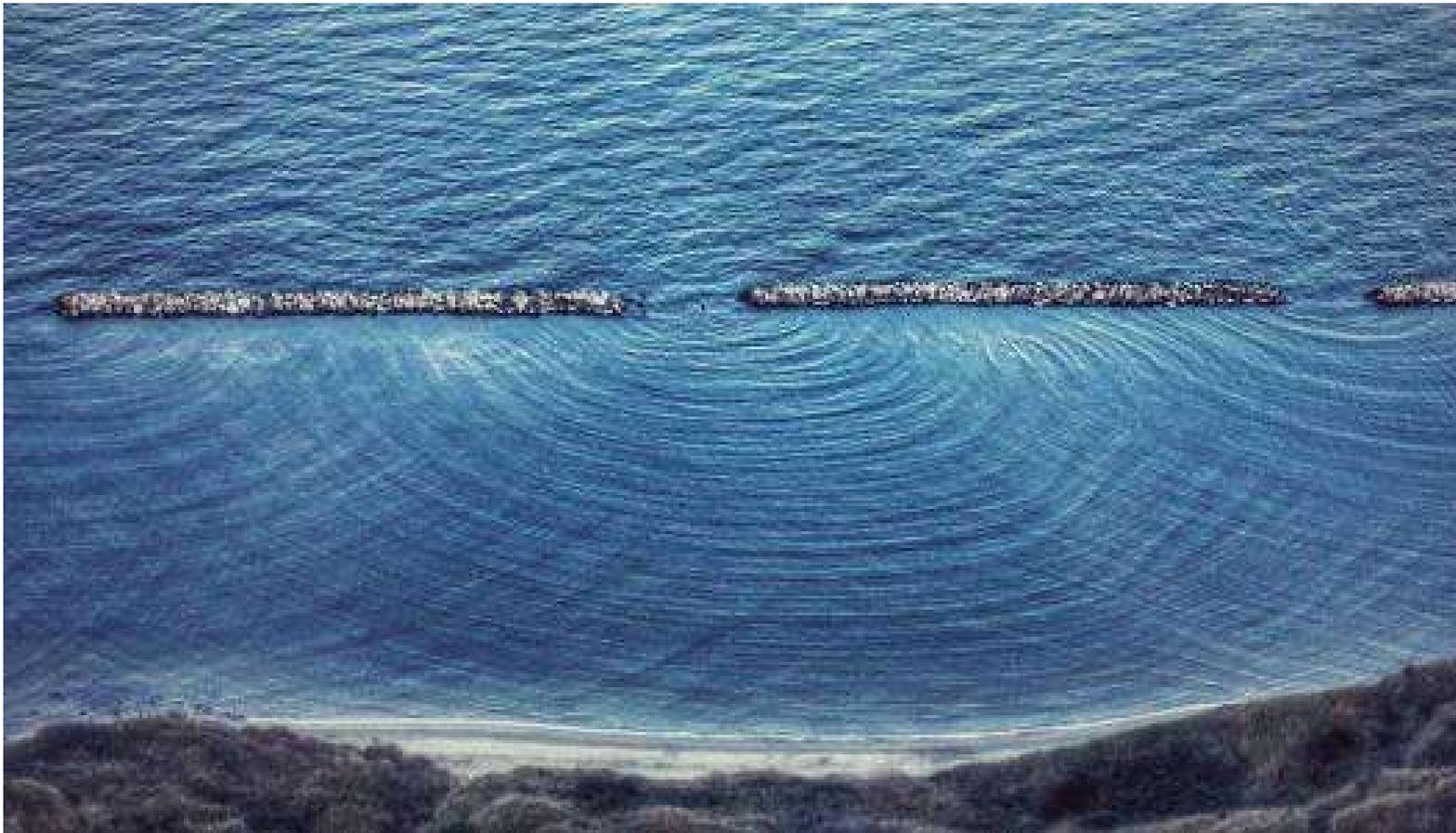


### Onde nell'acqua (interferenza)

- Distanza fra le sorgenti: circa 10 cm
- Lunghezza d'onda delle onde: circa 2,5 cm

# Le onde 1

Gli «effetti» legati alle onde sono apprezzabili quando gli «ostacoli» sono grandi circa come la lunghezza d'onda o minori. [Simulazioni PHET]





# de Broglie: Onde **stazionarie** in un atomo - particella: $\lambda = h/mv$

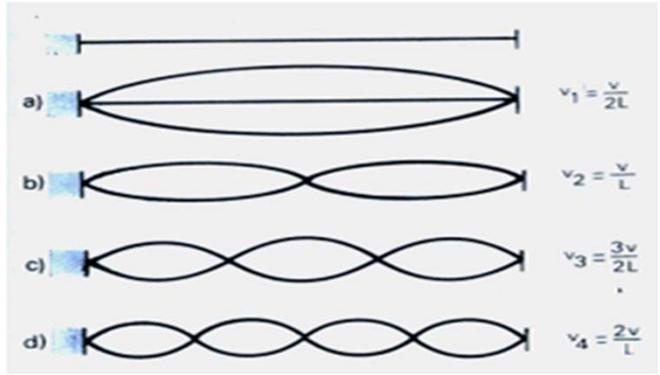
## VIOLINO



Una corda fissata agli estremi può avere vibrazioni stazionarie solo per determinate frequenze (lunghezze d'onda). → **molla**

Le frequenze sono "quantizzate"!!!  $f_n = n \cdot \frac{v}{L}$

$$f_n = n \cdot \frac{v}{L}$$

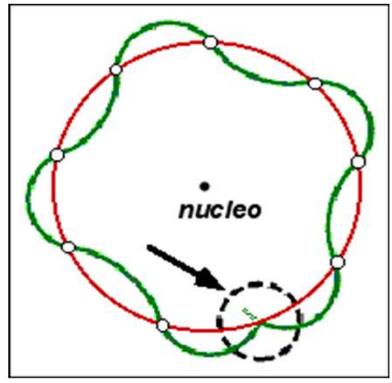


## ATOMO:

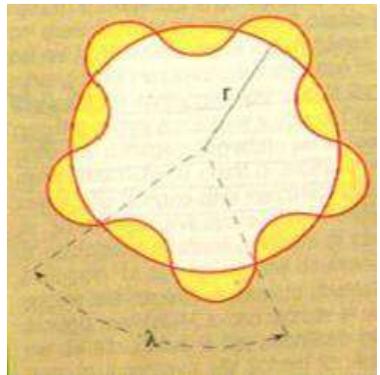
Se «unisco» gli estremi della corda, ho una curva chiusa.

Se l'onda ha una lunghezza d'onda fissata  $\lambda$ , avrò una vibrazione solo per determinate circonferenze di lunghezza  $2\pi r = n\lambda$

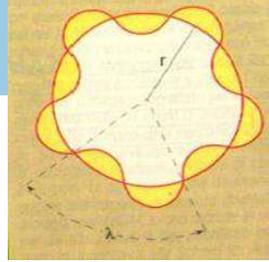
**NO!**  
Interferenza  
distruttiva



**SI!**  
Interferenza  
costruttiva



Interferenza  
costruttiva



Quindi:

- Bohr dice che gli elettroni si possono muovere intorno ad un atomo solo su determinate orbite (e funziona).
- De Broglie dice che ad ogni particella è associata un'onda, quindi si comporta «anche» come un'onda; quindi un elettrone intorno ad un atomo può ruotare su determinate orbite, fissate dalle caratteristiche della particella.
- Nota: fino ad ora i «comportamenti» non hanno nulla di illogico.
- Resta da spiegare cosa vuol dire «associare» un'onda ad una particella...Schrödinger & Heisenberg.

